

Исследование асимптотической динамической апертуры в накопителе NICA с использованием программ симплектического трекинга (РТС).

*Аннотация.* Рассчитана зависимость динамической апертуры (ДА) от числа оборотов пучка в накопителе с помощью программы MADX по двум независимым алгоритмам: программа симплектического трекинга РТС (Polymorphic Tracking Code) и программа трекинга методом тонких линз (thin-lens tracking). По полученным данным рассчитано значение асимптотической динамической апертуры и возможные потери частиц.

Оглавление.

1. Параметры колец.
2. Расчет динамической апертуры по программе симплектического трекинга РТС (Polymorphic Tracking Code)
3. Расчет динамической апертуры по программе трекинга методом тонких линз (thin-lens tracking)
4. Заключение

*Литература.*

## **1. Параметры колец.**

На Рис.1 приведены параметры Твисса для кольца накопителя, в Таблице 1 даны основные параметры кольца [1].

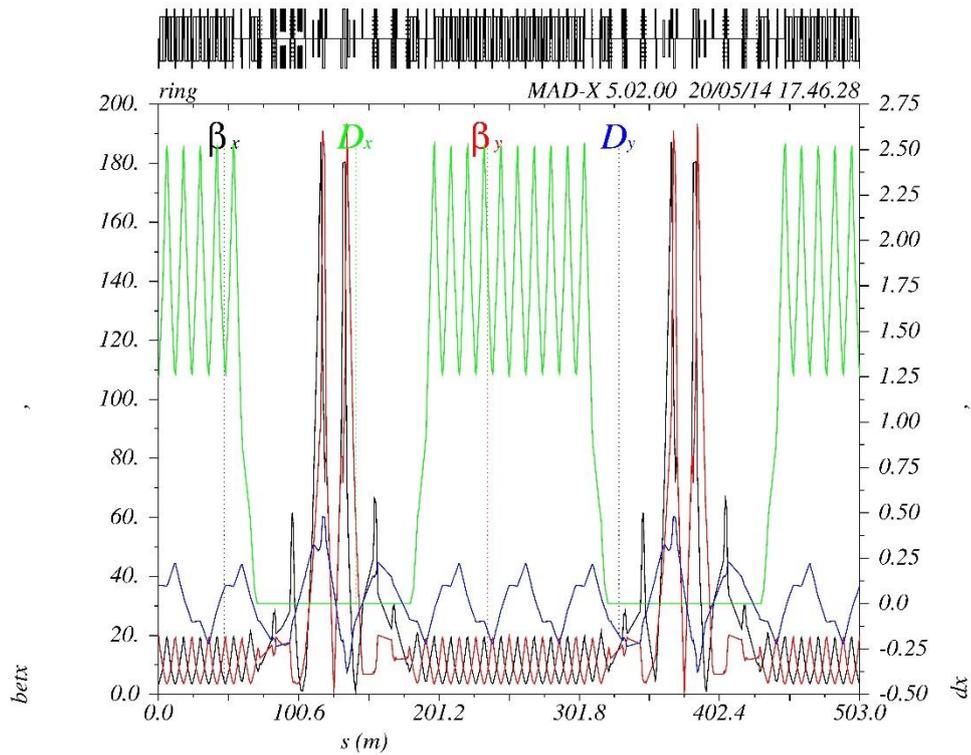


Рис.1 Параметры Твисса для накопителя.

Таблица 1. Основные характеристики кольца.

Параметры	
Длина кольца [м]	503.04
Энергия ионов [ГэВ/н]	4.5
Горизонтальная бетатронная частота кольца $Q_x$	9.435
Вертикальная бетатронная частота кольца $Q_y$	9.437
Критическая энергия [ГэВ]	7.002
Вертикальная хроматичность $\xi_x$	-33.38
Горизонтальная хроматичность $\xi_y$	-28.31
Максимальная дисперсия в арке [м]	2.54
Кратность ВЧ поля	66
Среднеквадратичный размер сгустка $\sigma_s$ [м]	0.6
Среднеквадратичный разброс по импульсам $\sigma_p$	$1.8 \cdot 10^{-3}$
Число ионов $Au_{197}^{79}$ в банче	$2.4 \cdot 10^9$

## **2. Расчет динамической апертуры по программе симплектического трекинга PTC (Polymorphic Tracking Code)**

Расчеты динамики пучка производились с помощью программы MADX[2,3]. В рамках программы MADX существует две программы симплектического трекинга: алгоритм PTC (Polymorphic Tracking Code) [4] и программе трекинга методом тонких линз (thin-lens tracking). PTC- трекинг не позволяет учитывать в расчетах силы межпучкового взаимодействия в точках встречи пучков и силы пространственного заряда пучка.

В расчетах учитывались следующие факторы, вносящие нелинейные возмущения в динамику:

1. Магнитное поле секступольных линз системы компенсации хроматичности.
2. Систематические ошибки магнитного поля в поворотных магнитах [1] (Таблица 2).
3. Случайные ошибки магнитного поля в поворотных магнитах

$$\sigma_{rms} = 0.3 \left( \frac{\Delta B}{B} \right)_{systematic}.$$

Таблица 2.

$\frac{1}{BR} \left( \frac{d^2 B_y}{dx^2} \right)$	$\frac{1}{BR} \left( \frac{d^4 B_y}{dx^4} \right)$	$\frac{1}{BR} \left( \frac{d^6 B_y}{dx^6} \right)$	$\frac{1}{BR} \left( \frac{d^8 B_y}{dx^8} \right)$	$\frac{1}{BR} \left( \frac{d^{10} B_y}{dx^{10}} \right)$	$\frac{1}{BR} \left( \frac{d^{12} B_y}{dx^{12}} \right)$
M <sup>-3</sup>	M <sup>-5</sup>	M <sup>-7</sup>	M <sup>-9</sup>	M <sup>-11</sup>	M <sup>-13</sup>
-0.027	76.312	-1.489E5	-2.669E10	-7.507E14	-6.616E18

Расчеты систематических ошибок магнитного поля в поворотных магнитах были выполнены с помощью программы расчета электромагнитных полей “Poisson” [1]. Отметим, что секступольная составляющая магнитного поля соответствует измеренным значениям поля в Нуклотроне.

Расчеты проводились по методике, разработанной М. Giovannozzi [5].

Анализ динамической апертуры производился в пространстве поперечных инвариантов  $E_x, E_y$ :

$$\begin{cases} E_x = \gamma_x x^2 + 2\alpha_x \dot{x}x + \beta_x \dot{x}^2 \\ E_y = \gamma_y y^2 + 2\alpha_y \dot{y}y + \beta_y \dot{y}^2 \end{cases}$$

где  $\alpha_j, \beta_j, \gamma_j$  являются параметрами Твисса.

Рассмотрим полярную сетку в нормализованном фазовом пространстве

$$E_x = r \cdot \cos \theta \quad E_y = r \cdot \sin \theta \quad 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$$

Затем выбирался ансамбль частиц с соответствующими начальными условиями, распределенный по полярной сетке, и проводился трекинг частиц для  $N$  оборотов. Если  $r(\theta, N)$  соответствует наибольшей стабильной амплитуде в направлении  $\theta$  для  $N$  оборотов, то динамическая апертура (ДА) может быть определена как:

$$D(N) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} r(\theta, N) d\theta \equiv \langle r(\theta, N) \rangle \quad (1)$$

В соответствии с результатами, полученными в [6], предлагается следующий закон изменения ДА от времени обращения пучка в кольце накопителя:

$$\sqrt{D(N)} = \sqrt{D_\infty} \left( 1 + \frac{b}{[\log(N)]^k} \right), \quad (2)$$

где  $D_\infty$  - асимптотическая динамическая апертура, а параметры  $b$  и  $k$  определяются по расчетной зависимости  $D(N)$ .

На Рис.1 показаны результаты моделирования динамики пучка для числа оборотов  $N_{turn} = 1000$  и числа частиц  $N_{part} = 100000$  (отмечены частицы, сохраняющие стабильность движения). Как мы видим, реальная картина динамической апертуры (области жизни частиц) имеет весьма сложный вид.

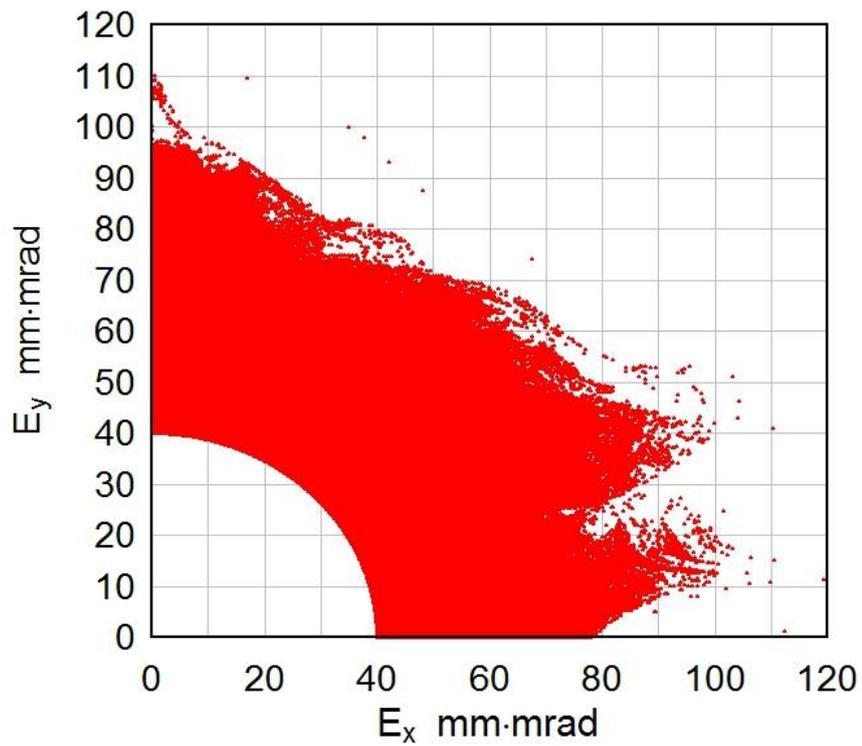


Рис.1 “Область жизни” частиц в фазовом пространстве.

На Рис. 2 показана “огибающая” области устойчивости движения.

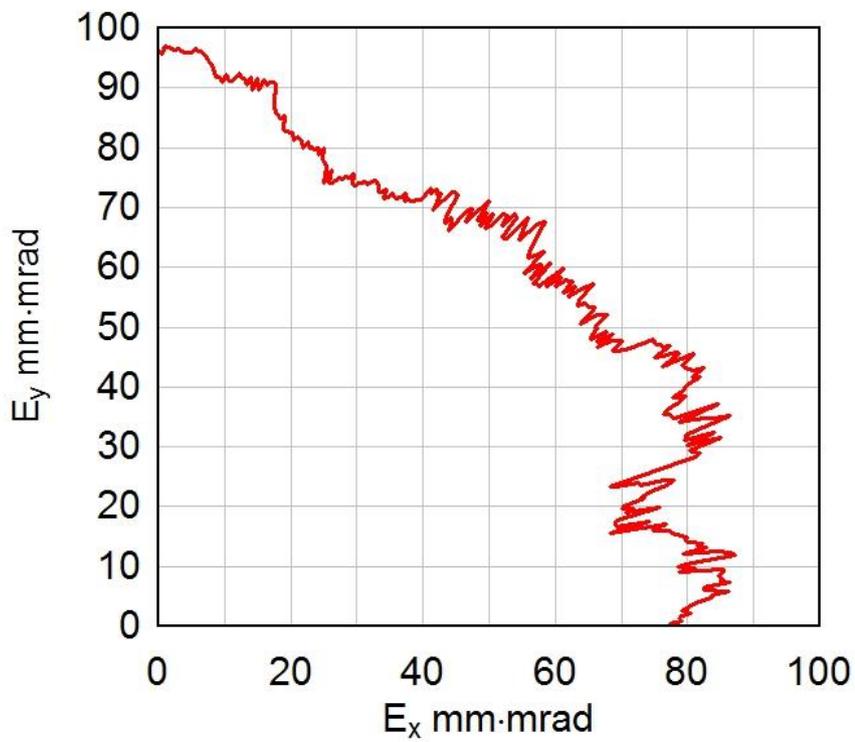


Рис. 2. “Огибающая” области устойчивости движения.

На Рис. 3 приведена зависимость ДА, рассчитанная по формуле (1) от числа оборотов  $N_{turn}$ . Там же приведена теоретическая зависимость ДА от  $N_{turn}$ , полученная путем аппроксимации расчетных данных по формуле (2).

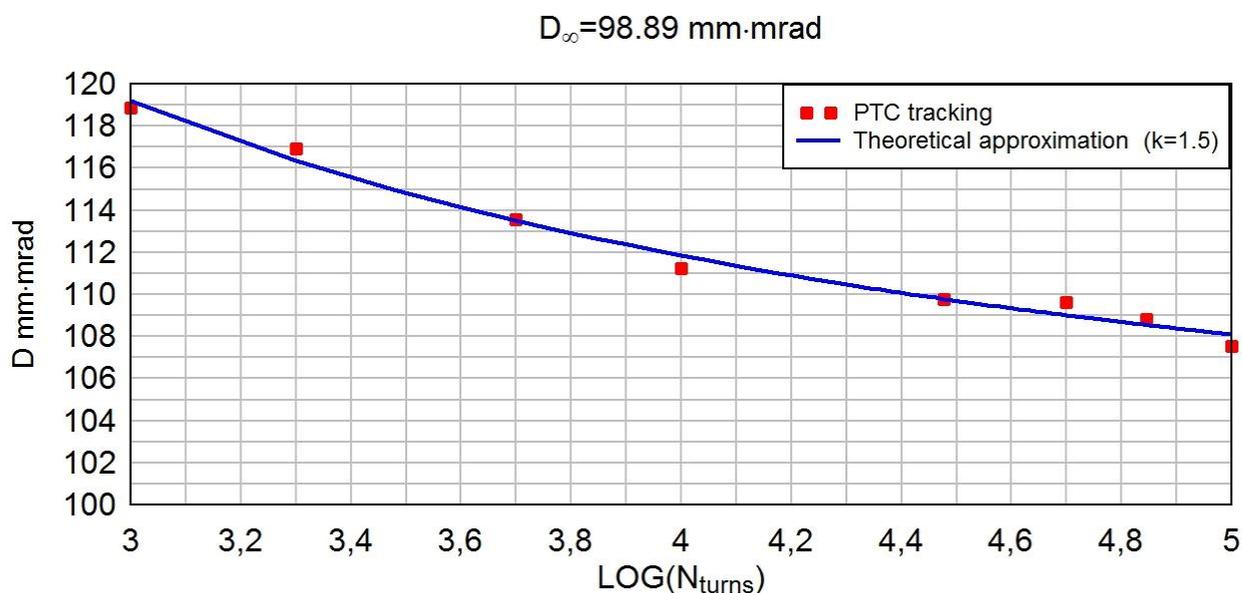


Рис.3. Зависимость ДА от  $N_{turn}$ .

Как видно из Рис.3, значение асимптотической динамической апертуры  $D_{\infty}$  составляет  $98.89 \text{ mm} \cdot \text{mrad}$ .

### ***3. Расчет динамической апертуры по программе трекинга методом тонких линз (thin-lens tracking)***

В рамках программы MADX помимо алгоритма РТС трекинга существует также программа симплектического трекинга методом тонких линз (thin-lens tracking). В предыдущей программе MAD8 программа трекинга некорректно рассчитывала прохождение частиц через “толстые” элементы, такие как, например, поворотные магниты, что приводит к неверным результатам. Для устранения этого недостатка в MADX реальная структура кольца преобразуется в эквивалентную структуру, состоящую из “тонких” элементов. Такой алгоритм позволяет также учесть силы межпучкового взаимодействия в двух точках встречи пучков и силы пространственного заряда пучка.

В расчетах учитывались следующие факторы, вносящие нелинейные возмущения в динамику:

1. Магнитное поле секступольных линз системы компенсации хроматичности.
2. Систематические ошибки магнитного поля в поворотных магнитах [1] (Таблица 2).
3. Случайные ошибки магнитного поля в поворотных магнитах.
4. Силы межпучкового взаимодействия в двух точках встречи пучков.
5. Силы пространственного заряда пучка.

На Рис. 4 приведена зависимость ДА, рассчитанная по формуле (1) от числа оборотов  $N_{turn}$ . Параметры пучка соответствовали Табл. 1. Там же приведена теоретическая зависимость ДА от  $N_{turn}$ , полученная путем аппроксимации расчетных данных по формуле (2) и результаты расчетов по алгоритму РТС (Рис.3).

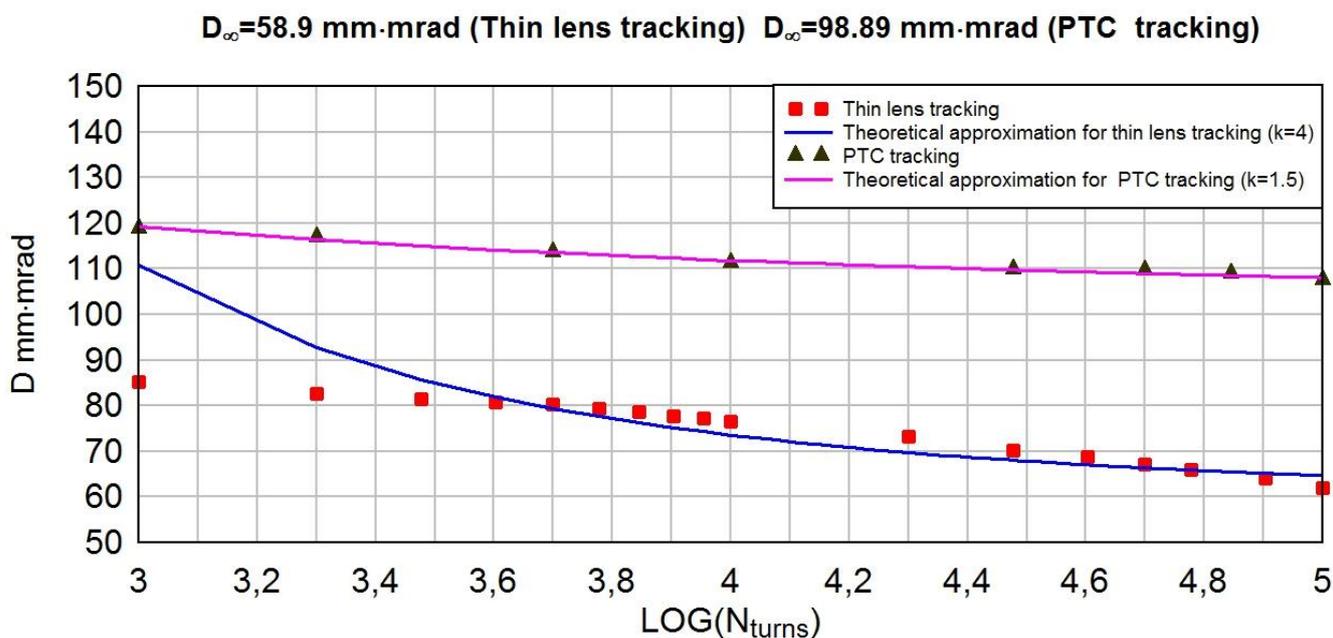


Рис.4. Зависимость ДА от  $N_{turn}$ .

Как видно из рисунка, значение асимптотической динамической апертуры  $D_{\infty}$  составляет  $58.9 \text{ mm}\cdot\text{mrad}$ . Уменьшение  $D_{\infty}$  по сравнению с расчетом по программе РТС можно объяснить влиянием эффектов пространственного заряда пучка и сил межпучкового взаимодействия.

Предлагаемый закон эволюции динамической апертуры позволяет определить изменение интенсивности пучка со временем и, следовательно, потерь пучка. Если предположить Гауссовское распределение пучка по поперечным координатам, то полные относительные потери частиц можно определить как [5]:

$$\frac{\Delta I}{I_0}(\infty) = e^{-\frac{D_{\infty}}{2 \cdot E_{rms}}} \quad , \quad (3)$$

где  $E_{rms}$  – среднеквадратичный инвариант.

На Рис. 5 показана зависимость потерь от  $E_{rms}$ .

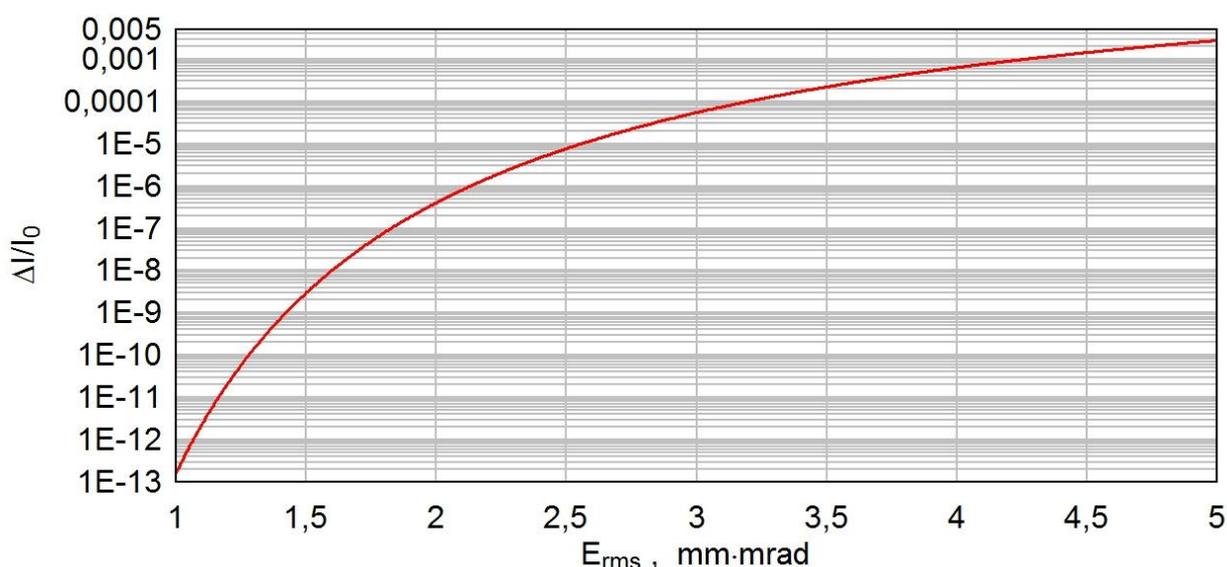


Рис. 5 Зависимость потерь от  $E_{rms}$ .

В накопителе НИКА величина  $E_{rms}$  предполагается равной 1 мм · мрад. Однако, эта величина может оказаться существенно больше из-за ряда эффектов таких, например, как внутривпучковое рассеяние.

#### 4. Заключение.

Рассчитана зависимость динамической апертуры (ДА) от числа оборотов пучка в накопителе с помощью программы MADX по двум независимым алгоритмам: программа симплектического трекинга PTC (Polymorphic Tracking Code) и программа трекинга методом тонких линз (thin-lens tracking). По полученным данным рассчитаны значения асимптотической динамической апертуры, которые составляют:

$D_{\infty} = 98.89 \text{ мм} \cdot \text{мрад}$  в случае трекинга методом РТС.

$D_{\infty} = 58.9 \text{ мм} \cdot \text{мрад}$  в случае трекинга методом тонких линз.

Уменьшение величины  $D_{\infty}$  во втором случае объясняется учетом эффектов пространственного заряда пучка: сил межпучкового взаимодействия в двух точках встречи пучков и сил пространственного заряда пучка.

Рассчитаны возможные потери частиц, составляющие  $\frac{\Delta I}{I_0}(\infty) = 3 \cdot 10^{-13}$  для среднеквадратичного инварианта  $E_{rms} = 1 \text{ мм} \cdot \text{мрад}$ . Реально величина  $E_{rms}$  может быть значительно больше вследствие внутripучкового рассеяния и других эффектов.

Следует отметить, что в описанной выше методике фактически рассчитывается среднее значение ДА; в нашей ранее опубликованной работе [7] в качестве ДА рассматривалось значение, минимальное для данной конфигурации фазового пространства. Естественно, при первом подходе получаются значительно более оптимистичные значения ДА. Возникает вопрос, какой же из этих подходов правильный? Корректный ответ следующий: в присутствии сильной связи колебаний правилен пессимистический ответ, а в отсутствие связи – оптимистический ответ. Таким образом, для повышения ДА необходим правильный выбор рабочей точки (нельзя выбирать в точности равные значения бетатронных частот) и тщательная коррекция резонансов связи, вызываемых соленоидами и случайными поворотами квадрупольных линз.

## *Литература.*

1. О.Козлов, Частное сообщение, ОИЯИ, 26.06.2013.
2. H. Grote and F. Schmidt, MAD-X - *An Upgrade from MAD8*, CERN-AB-2003-024 ABP.
3. W. Herr, «*Particle tracking with MAD-X including LHC beam-beam interactions*» LHC Project Note 344, CERN, May 25, 2004.
4. E. Forest, E. McIntosh and F. Schmidt, ``Introduction to the Polymorphic Tracking Code Fibre Bundles, Polymorphic Taylor Types and ``Exact Tracking'', CERN-SL-2002-044 (AP), KEK-Report 2002-3
5. M. Giovannozzi, Proposed scaling law for intensity evolution in hadron storage rings based on dynamic aperture variation with time, PHYSICAL REVIEW SPECIAL TOPICS - ACCELERATORS AND BEAMS 15, 024001 (2012)
6. M. Giovannozzi, W. Scandale, and E. Todesco, [Phys. Rev.E 57, 3432 \(1998\)](#).
7. Bolshakov A.Ye., Zenkevich P.R. Study of dynamical aperture of NICA collider with account of magnetic field errors and Coulomb effects, RUPAC report, (2012).